Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC

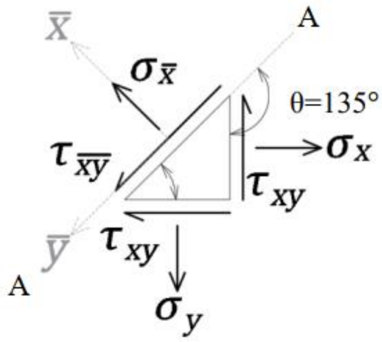
Seleção 2020.1 – Prova de Conhecimentos – 27/01/2019

Número de Inscrição:

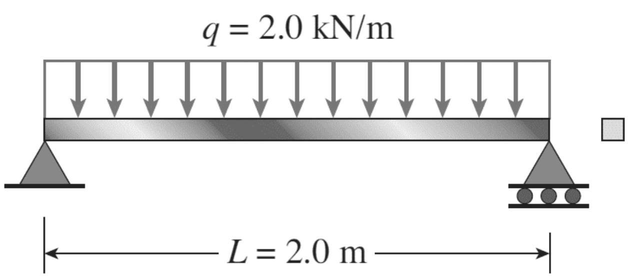
1ª) Admitindo-se um elemento em estado plano de tensão no sistema de coordenadas X e Y, foram registrados os seguintes níveis de deformação em regime elástico linear: $\varepsilon_X = 1 \times 10^{-4}$ e $\varepsilon_Y = 2 \times 10^{-4}$.

- **a)** Calcule as tensões principais (σ_X e σ_Y), sendo X e Y as direções principais. Adote o módulo de elasticidade $E = 210\ GPa$ e o Coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$ (02 PONTOS).

- **b)** Determine o estado de tensões em A-A, compreendendo um sistema de coordenadas rotacionado ($\bar{X}$ e $\bar{Y}$), conforme indicação da figura (02 PONTOS).



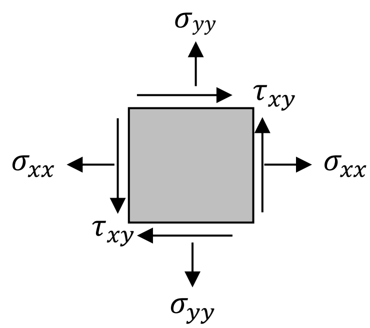
2ª) Calcule a deflexão máxima δ_{max} de uma viga prismática homogênea submetida a um carregamento uniformemente distribuído, se o comprimento $L = 2\ m$, a intensidade da carga uniforme $q = 2{,}0\ kN/m$ e a tensão máxima de flexão $\sigma_{max} = 60\ MPa$. A seção transversal da viga é quadrada, com dimensão a, e ela é feita de alumínio com módulo de elasticidade $E = 70\ GPa$ (06 PONTOS).



Boa Prova!

GABARITO – QUESTÃO 1

Preliminares: Indicação do sistema de referência cartesiano plano e identificação dos respectivos componentes:



$$\varepsilon_x = 1x10^{-4}$$
$$\varepsilon_y = 2x10^{-4}$$
$$E = 210.000\ MPa$$
$$\nu = 0{,}3$$

a) Tensões principais

Sabendo que:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \rightarrow \sigma_z = 0$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \rightarrow \sigma_z = 0$$

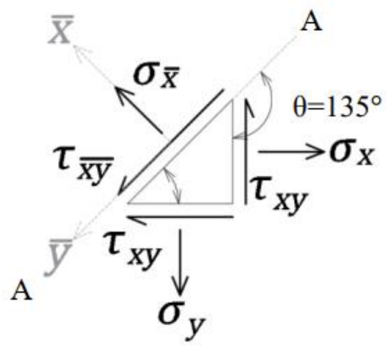
$$1x10^4 = \frac{1}{210000}(\sigma_x - 0{,}3.\sigma_y) \rightarrow \sigma_x = 21 + 0{,}3\sigma_y \quad \text{(Eq. 1)}$$

$$2x10^4 = \frac{1}{210000}(\sigma_y - 0{,}3.\sigma_x) \rightarrow \sigma_y = 42 + 0{,}3\sigma_x \quad \text{(Eq. 2)}$$

Resolvendo o sistema:

$$\sigma_x = 36{,}92\ MPa$$
$$\sigma_y = 53{,}08\ MPa$$

b) Estado de tensão no corte AA



$\theta = 135^0$
$\sigma_{xy} = 0$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)cos\,(\theta) + \sigma_{xy}.\text{sen}(2\theta)$

$\sigma_{\bar{x}} = 45\ Mpa$

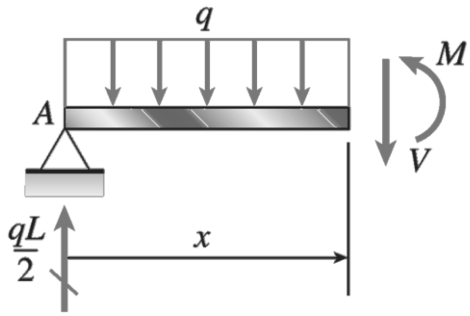
$\sigma_{\bar{x}\bar{y}} = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)sen(2\theta) + \sigma_{xy}.\cos(2\theta)$

$\sigma_{\bar{x}\bar{y}} = 8{,}08\ MPa$

$\sigma_{\bar{y}} = 45\ MPa$

GABARITO – QUESTÃO 2

1) Momento fletor – $M(x)$



Equilíbrio de momento em relação a um ponto na seção de corte:

$$\sum M_C = 0\ (\circlearrowleft) \Rightarrow M(x) + qx\frac{x}{2} - \frac{qL}{2}x = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{qL}{2}x - \frac{q}{2}x^2 \Rightarrow M(x) = 2x - x^2\ (kNm)$$

2) Momento fletor máximo – M_{max}

$$M_{max} = M(L/2) \Rightarrow M_{max} = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow M_{max} = 1\ kNm$$

3) Momento de inércia da seção transversal – I

$$I = \frac{aa^3}{12} \Rightarrow I = \frac{a^4}{12}$$

4) Tensão máxima de flexão – σ_{max}

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I}\frac{a}{2} \Rightarrow \sigma_{max} = 6\frac{M_{max}}{a^3}$$

5) Dimensão da seção transversal – a

$$a = \sqrt[3]{6\frac{M_{max}}{\sigma_{max}}} \Rightarrow a = \sqrt[3]{6\frac{10^3\ Nm}{60 \times 10^6\ Pa}} \Rightarrow a \cong 4{,}64\ cm$$

$$\Rightarrow I = \frac{a^4}{12} \cong 38{,}68\ cm^4 = 38{,}68 \times 10^{-8}\ m^4$$

6) Equação da linha elástica – $v(x)$ – Solução Geral

Relação Curvatura-Momento:

$$\frac{d^2v}{dx^2}(x) = \frac{M(x)}{EI} = \frac{q}{2EI}(Lx - x^2)$$

Inclinação $\theta(x)$:

$$\theta(x) = \frac{dv}{dx}(x) = \int \frac{d^2v}{dx^2}(x)dx = \int \frac{q}{2EI}(Lx - x^2)dx = \frac{q}{2EI}\left(L\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + C_1$$

Deflexão $v(x)$:

$$v(x) = \int \frac{dv}{dx}(x)dx = \int \left[\frac{q}{2EI}\left(L\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + C_1\right]dx = \frac{q}{12EI}\left(Lx^3 - \frac{x^4}{2}\right) + C_1x + C_2$$

7) Equação da linha elástica – $v(x)$ – Solução Particular

Condições de Contorno:

$$v(0) = 0 \Rightarrow \frac{q}{12EI}\left(L0^3 - \frac{0^4}{2}\right) + C_1 0 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$v(L) = 0 \Rightarrow \frac{q}{12EI}\left(LL^3 - \frac{L^4}{2}\right) + C_1 L + 0 = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{qL^3}{24EI}$$

Deflexão $v(x)$:

$$v(x) = \frac{q}{12EI}\left(Lx^3 - \frac{x^4}{2}\right) - \frac{qL^3}{24EI}x = \frac{q}{12EI}\left(Lx^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{L^3x}{2}\right)$$

8) Deflexão máxima – δ_{max}

$$\delta_{max} = -v(L/2) \Rightarrow \delta_{max} = -\frac{q}{12EI}\left(L\frac{L^3}{8} - \frac{L^4}{32} - \frac{L^3L}{4}\right) \Rightarrow \delta_{max} = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$\Rightarrow \delta_{max} = \frac{5(2\ kN/m)(2\ m)^4}{384(70 \times 10^6\ kPa)(38{,}68 \times 10^{-8}\ m^4)} \Rightarrow \delta_{max} \cong 15{,}39\ mm$$