PAESPE JÚNIOR 2020

Potenciação e Radiciação

Organização: PET Ciência e Tecnologia

TÓPICOS PRINCIPAIS

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Definições

Propriedades

Exercícios

DEFINIÇÕES

POTENCIAÇÃO X RADICIAÇÃO

POTENCIAÇÃO

A potenciação ou exponenciação é a operação matemática que representa a multiplicação de fatores iguais. Ou seja, usamos a potenciação quando um número é multiplicado por ele mesmo várias vezes.

RADICIAÇÃO

Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo uma determinada quantidades de vezes dá um valor que conhecemos.

Potenciação

A potenciação ou exponenciação é a operação matemática que representa a multiplicação de fatores iguais.

$$a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \ldots a}_{\text{n fatores}}$$

Sendo a $\neq$ 0, temos:

a: Base (número que está sendo multiplicado por ele mesmo)

n: Expoente (número de vezes que o número é multiplicado)

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

PODEMOS LER: "*2 AO CUBO*" OU "2 ELEVADO À TERCEIRA POTÊNCIA"

$$4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 16 = 256$$

PODEMOS LER: "4 ELEVADO À QUARTA POTÊNCIA"

O expoente indica quantas vezes multiplica-se a base.

Vale notar que...

POTÊNCIA COM EXPOENTE ZERO

Todo número real elevado à zero é igual a 1.

$5^0 = 1$

$1255^0 = 1$

POTÊNCIA COM EXPOENTE UM

Todo número real elevado à um é igual a ele mesmo.

$136^1 = 136$

$2^1 = 2$

POTÊNCIA COM BASE NEGATIVA

Quando a base for negativa e o expoente um número ímpar, o resultado será negativo.

POTÊNCIA COM BASE NEGATIVA

Quando a base for negativa e o expoente um número par, o resultado será positivo.

POTÊNCIA COM BASE NEGATIVA

QUANDO A BASE FOR NEGATIVA E O EXPOENTE UM NÚMERO ÍMPAR, O RESULTADO SERÁ NEGATIVO.

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times (-3) = -27$$

QUANDO A BASE FOR NEGATIVA E O EXPOENTE UM NÚMERO PAR, O RESULTADO SERÁ POSITIVO.

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times 9 = 81$$

LEMBRE-SE

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$-3^2 = -(3 \times 3) = -9$$

PORTANTO,

$(-3)^2$ É DIFERENTE DE -3^2

$$(2)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4} = \frac{1}{16}$$

QUANDO O EXPOENTE FOR NEGATIVO, INVERTE-SE A BASE E MUDA-SE O SINAL DO EXPOENTE PARA POSITIVO.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

NAS FRAÇÕES, TANTO O NUMERADOR QUANTO O DENOMINADOR FICAM ELEVADOS AO EXPOENTE.

PROPRIEDADES

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS

Na multiplicação das potências de bases iguais, mantém-se a base e soma-se os expoentes:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$$

Na divisão das potências de bases iguais, mantém-se a base e subtrai-se os expoentes:

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2$$

PROPRIEDADES

POTÊNCIA DE POTÊNCIA

Quando a base está entre parênteses e há outro expoente fora (potência de potência), mantém-se a base e multiplica-se os expoentes:

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(5^3)^2 = 5^{3 \cdot 2} = 5^6$$

EXERCÍCIO

1) O valor da expressão $20x^3 + 2x^2y^5$, para $x = -4$ e $y = 2$ é:

a) 256

b) - 400

c) 400

d) - 256

SOLUÇÃO DO EXERCÍCIO 1

Para resolver a expressão o primeiro passo é substituir as letras pelos valores, assim a expressão ficará:

$$20 \,.\, (-4)^3 + 2 \,.\, (-4)^2 \,.\, 2^5$$

Devemos ter cuidado com os sinais ao resolver a potenciação. Quando a base é negativa o resultado será positivo se o expoente for par e será negativo quando o expoente for ímpar. Assim:

$$(-4)^3 = (-4) \,.\, (-4) \,.\, (-4) = 16 \,.\, (-4) = -64$$

$$(-4)^2 = (-4) \,.\, (-4) = 16$$

$$2^5 = 2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 2 = 32$$

SOLUÇÃO DO EXERCÍCIO 1

A expressão ficará:

$$20 \,.\, (-4)^3 + 2 \,.\, (-4)^2 \,.\, 2^5 = 20 \,.\, (-64) + 2 \,.\, 16 \,.\, 32$$

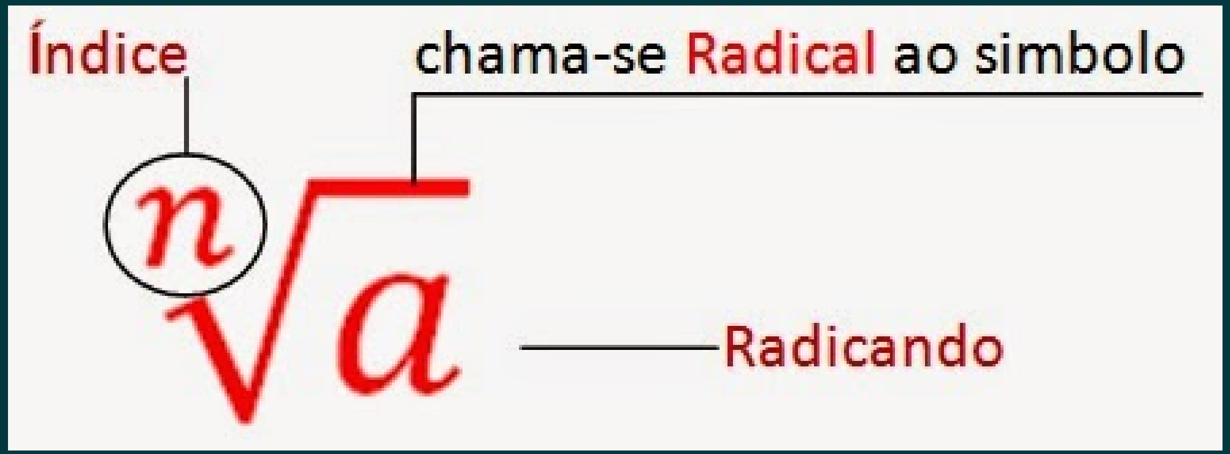
Agora que já resolvemos as potenciações, vamos resolver as demais operações, lembrando que primeiro resolvemos as multiplicações e depois a subtração.

$$-1280 + 1024 = -256$$

Assim, a resposta correta é a alternativa d.

Radiciação

Radiciação é a operação inversa da potenciação.



Quando não aparecer nenhum valor no índice do radical, o seu valor é igual a 2. Essa raiz é chamada de raiz quadrada.

A raiz de índice igual a 3 também recebe um nome especial e é chamada de raiz cúbica.

Exemplo:

$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2 \rightarrow (-2)^5 = -32$$

PROPRIEDADES

EXPOENTE FRACIONÁRIO RACIONAL

Um número elevado a um expoente fracionário, pode ser transformado em uma expressão racional, como:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad (a \in R,\ n \in N^* \text{ e } m \in Z)$$

Exemplo:

$$(4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$$

PROPRIEDADES

As propriedades da radiciação são muito úteis quando necessitamos simplificar radicais.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$$

OPERAÇÕES COM RADICAIS

PARA SOMAR OU SUBTRAIR DEVEMOS IDENTIFICAR SE OS RADICAIS SÃO SEMELHANTES, OU SEJA, SE APRESENTAM ÍNDICE E RADICANDO IGUAIS.

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

AO IDENTIFICAR ESSES RADICAIS SEMELHANTES, COLOCA-SE A RAIZ EM EVIDÊNCIA E FAZ-SE AS OPERAÇÕES NECESSÁRIAS.

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \left(3 - 5 + \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = -\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

EXEMPLO

VAMOS RESOLVER ESSE EXEMPLO: $\sqrt[2]{576}$

Começamos fatorando o radicando:

576	2
288	2
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

A partir da fatoração de 576, podemos escrever a expressão como:

$$\sqrt[2]{576} = \sqrt[2]{2^6 \cdot 3^2}$$

Através das propriedades estudadas, podemos separar essa raiz em duas raízes de mesmo índice:

$$\sqrt[2]{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt[2]{2^6} \cdot \sqrt[2]{3^2}$$

E aplicando mais uma vez as propriedades, teremos:

$$\sqrt[2]{2^6} \cdot \sqrt[2]{3^2} = 2^3 \cdot 3^2 = 24$$

EXERCÍCIO

Muitas vezes não sabemos de forma direta o resultado da radiciação ou o resultado não é um número inteiro. Neste caso, podemos simplificar o radical.

$$\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6\div 3]{2^{3\div 3}} = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$$

$$3\sqrt{288} = 3\sqrt{2^5 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2 \cdot 2^4 \cdot 3^2} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^2 \cdot 3 = 36\sqrt{2}$$

BONS ESTUDOS E OBRIGADA!