

Potenciação e Radiciação

PAESPEJR 2018

EXERCÍCIO 1

Dois amigos, Petrúcio e Pedro, estão doentes e foram ao médico, que prescreveu a seguinte medicação: Petrúcio precisa tomar dois comprimidos durante seis dias, e Pedro, três comprimidos durante três dias. Quantos comprimidos cada um deve tomar?

SOLUÇÃO 1

PETRÚCIO:

2 COMPRIMIDOS DURANTE 6 DIAS

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$$

ou

$$6 \times 2 = 12$$

ou

$$6 \cdot 2 = 12$$

PEDRO:

3 COMPRIMIDOS DURANTE 3 DIAS

$$3 + 3 + 3 = 9$$

ou

$$3 \times 3 = 9 \text{ ou } 3 \cdot 3 = 9$$

EXERCÍCIO 2

Para se preparar para os jogos escolares, Robério precisa melhorar seu condicionamento físico, por isso pediu ajuda a Issac, seu professor de Educação Física. Este lhe recomendou um programa de condicionamento físico que é iniciado com uma caminhada, durante 5 semanas, na pista do campo de futebol próximo à casa de Robério, de modo que o número de voltas deve dobrar a cada semana.

Quantas voltas Robério dará na 5ª semana?

SOLUÇÃO 2

PERÍODO	NÚMERO DE VOLTAS NA PISTA
1ª semana	2
2ª semana	$2 \cdot 2 = 4$
3ª semana	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
4ª semana	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
5ª semana	?

Continuando o raciocínio da tabelas, temos:

$$5^{\text{ª}} \text{ semana} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Portanto, na 5ª semana, Robério dará 32 voltas.

EXERCÍCIO 3

Kleison é um estudante muito aplicado e sempre faz suas tarefas de casa. Ele gosta bastante das tarefas relacionadas às operações matemáticas. Seu professor de Matemática, sabendo disso, chamou-o para resolver, no quadro da sala de aula, as seguintes operações:

$$10.10.10.10 =$$

$$2.3.4.5 =$$

SOLUÇÃO 3

$$\begin{aligned} & 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \\ & = 100 \cdot 10 \cdot 10 = \\ & = 1000 \cdot 10 = \\ & \quad 10000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = \\ & = 6 \cdot 4 \cdot 5 = \\ & = 24 \cdot 5 = \\ & = 120 \end{aligned}$$

RESULTADOS OBTIDOS ATÉ AGORA

1ªFASE: 6 . 2

e

3 . 3

2ªFASE: 2 . 2 . 2 . 2 . 2

3ªFASE: 10 . 10 . 10 . 10

e

2 . 3 . 4 . 5

Poderíamos separar essas operações em dois grupos? O que seria levado em consideração nessa separação?

GRUPOS

1º GRUPO

6 . 2

2 . 3 . 4 . 5

2º GRUPO

3 . 3

2 . 2 . 2 . 2 . 2

10.10.10.10

Observa-se que o 1º grupo é formado por multiplicações com fatores diferentes, e o 2º grupo é formado por **MULTIPLICAÇÕES DE FATORES IGUAIS.**

➤ Cada multiplicação está baseada em um único número, ou seja, tem como BASE apenas um número.

Exemplo: $3 \cdot 3$ (tem como BASE o número 3)

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (tem como BASE o número 2)

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ (tem como BASE o número 10)

➤ Cada multiplicação nos EXPÕE uma certa quantidade de fatores.

Exemplo:

$3 \cdot 3$  Expõe dois fatores

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  Expõe cinco fatores

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$  Expõe quatro fatores

Se tem como BASE o número 3,

$$3 \cdot 3$$

nos EXPÕE dois fatores.

Se tem como BASE o número 2,

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

nos EXPÕE cinco fatores.

Se tem como BASE o número 10,

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

nos EXPÕE quatro fatores.

$$3 \cdot 3 = 3^2$$

3 é o número BASE dessa multiplicação, e o 2, a quantidade de fatores que ela nos EXPÕE.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2_5 \cdot 2 = 2$$

O número 2 é a BASE dessa multiplicação, e o número 5 é a quantidade de fatores EXPOSTO por essa operação

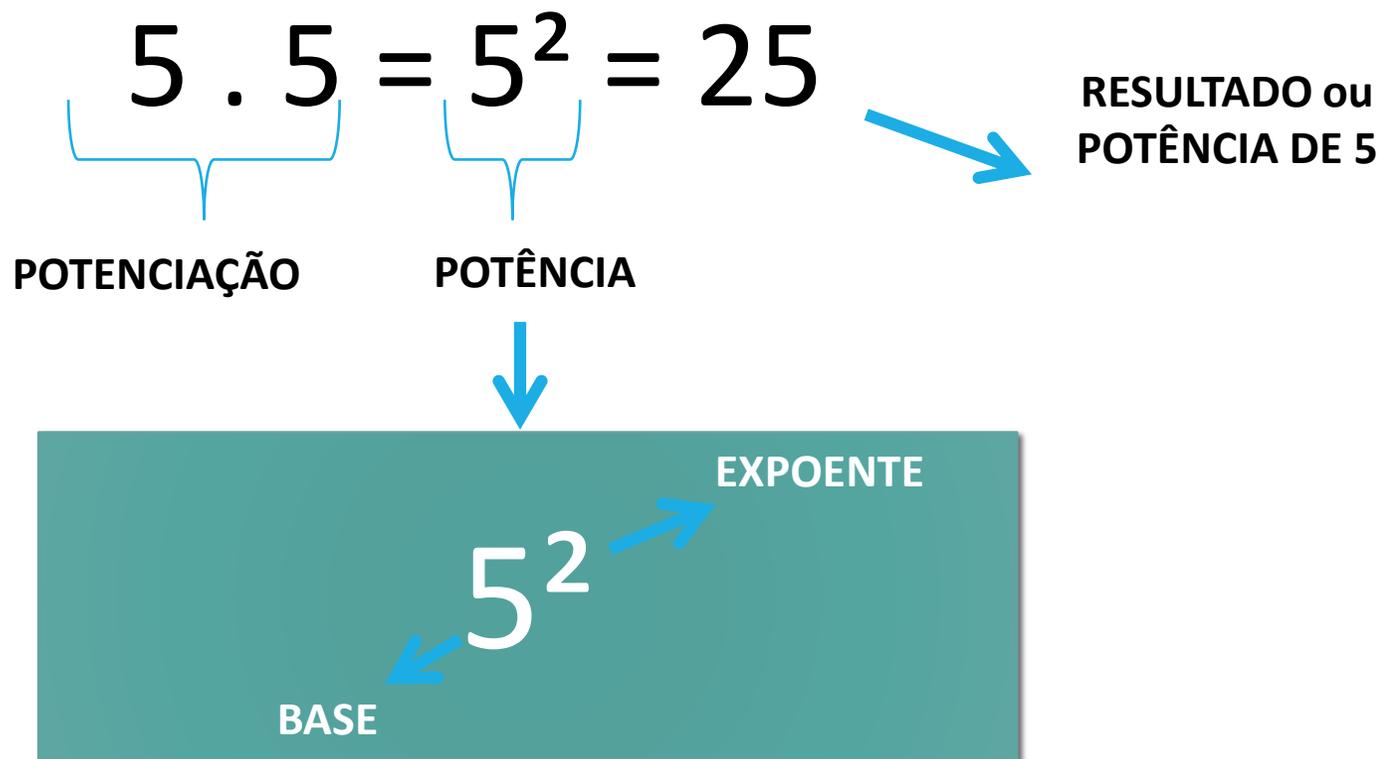
4

$$10.10.10.10 = 10$$

10 é a BASE e 4, o EXPOENTE.

- Essa multiplicação de fatores iguais é uma operação matemática que recebe o nome de **POTENCIAÇÃO**. O símbolo que representa essa multiplicação é denominado **POTÊNCIA**.

EXEMPLO:



LEITURA DAS POTÊNCIAS

3^2 Lê-se: Três elevado à segunda potência.

2^5 Lê-se: Dois elevado à quinta potência.

10^4 Lê-se: Dez elevado à quarta potência.

7^{10} Lê-se: Sete elevado à décima potência.

POTÊNCIA DE MODO MAIS AMPLO

p^n é o produto de n fatores iguais a p .



$$p^n = p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot \dots \cdot p$$



n vezes

Lê-se: p elevado a n

EXPOENTE 0 OU 1

POTÊNCIA	RESULTADO
2^4	16
2^3	8
2^2	4
2^1	2
2^0	1

16 dividido por 2 = 8

8 dividido por 2 = 4

POTÊNCIA	RESULTADO
3^4	81
3^3	27
3^2	9
3^1	3
3^0	1

Dividido por 3

Dividido por 3

EXPOENTE 0 OU 1

Toda potência com base diferente de zero e expoente zero é igual a 1.

Exemplos: $2^0=1$ $3^0=1$ $4^0=1$ $8^0=1$

Toda potência de expoente 1 é igual à própria base.

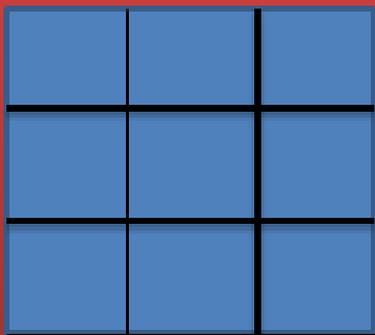
Exemplos: $2^1=2$ $5^1=5$ $14^1=14$ $0^1=0$

$0^0 = \text{INDETERMINAÇÃO}$

Há potências que podem ser representadas por uma figura.

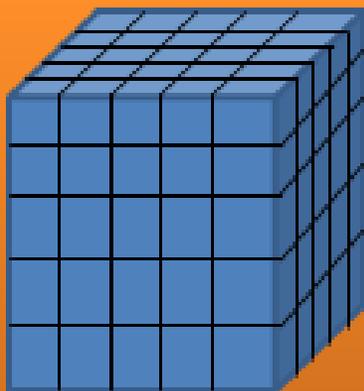
Exemplos:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$



9 quadradinhos

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$



125 cubinhos

Por estar associada a essas figuras ao lado, as potências de expoente 2 e de expoente 3 são lidas de uma forma diferente, especial:

3^2 Lê-se: Três elevado ao quadrado ou quadrado de 3.

5^3 Lê-se: Cinco elevado ao cubo ou cubo de 5.

OPERAÇÕES INVERSAS

SOMA

<->

SUBTRAÇÃO

MULTIPLICAÇÃO

<->

DIVISÃO

EXEMPLOS

$$\frac{12}{3} = 4$$

$$12 = 3 * 4$$

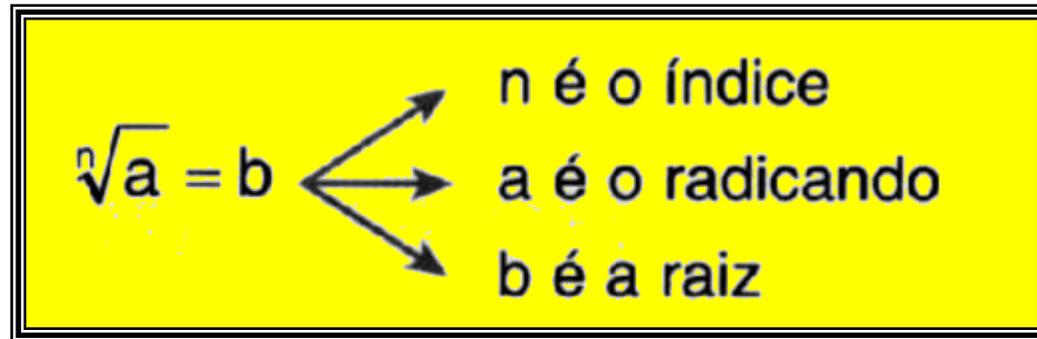
$$0 = 3 * 4 - 12$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$1 = \frac{4 * 3}{12}$$

$$0 = \frac{4 * 3}{12} - 1$$

RADICIAÇÃO É A OPERAÇÃO INVERSA DA POTENCIAÇÃO



$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2 \rightarrow (-2)^5 = -32$$

$$\sqrt[3]{0,008} = \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} = \frac{2}{10} = 0,2 \rightarrow (0,2)^3 = 0,008$$

Expoente Inteiro Negativo

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n} \quad (n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}^*)$$

$$(3)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-1} = \left(-\frac{5}{3}\right)^1 = -\frac{5}{3}$$

Expoente Fracionário Racional

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a \in R, n \in N^* \text{ e } m \in Z)$$

$$(4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} = 9^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{9^3} = 3^3 = 27$$

Propriedades da Radiciação

$$\text{a) } \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\text{c) } \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{d) } \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{e) } \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$$

Simplificando Radicais

Simplificar um radical é reduzir o radicando à sua expressão mais simples.

Exemplos:

$$\text{a) } \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6 \div 3]{2^{3 \div 3}} = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$$

$$\text{b) } 3\sqrt{288} = 3\sqrt{2^5 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2 \cdot 2^4 \cdot 3^2} =$$

$$3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^2 \cdot 3 = 36\sqrt{2}$$

Operando com radicais

A soma ou diferença de radicais semelhantes é um radical semelhante a eles, cujo coeficiente é a soma ou a diferença de seus coeficientes.

Exemplo:

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \left(3 - 5 + \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = -\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

Racionalizando Denominadores

O processo geral consiste em multiplicar-se numerador e denominador por um mesmo fator (o que não altera a fração), chamado fator racionalizante. Ele é escolhido de forma a desaparecer a raiz do denominador.

Exemplos:

$$a) \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$b) \frac{6}{\sqrt{5}-1} = \frac{6}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{6(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{3(\sqrt{5}+1)}{2}$$