UMA INTRODUÇÃO À

FUNÇÕES

A ideia de função

- **Relação entre grandezas variáveis**

Existem diversas maneiras de representar uma relação entre duas grandezas. Vejamos duas das situações:

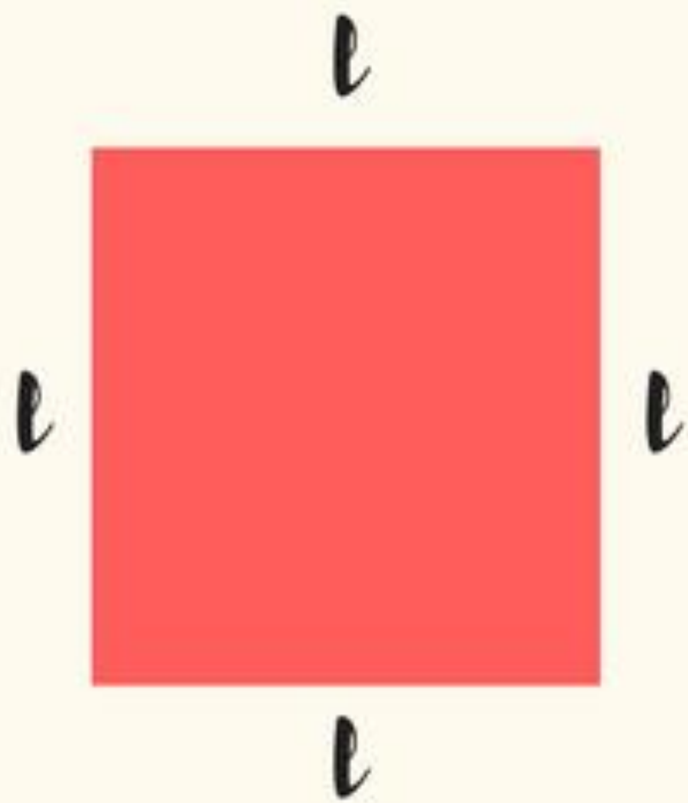
O preço a pagar é *dado em função do número* de litros comprados, ou seja, o preço a pagar *depende* do número de litros comprados.

Preço (**p**) a pagar = 2,60 vezes o número de litros comprados

Número de litros	Preço a pagar R$
1	2,60
2	5,20
:	:
40	104,00
x	2,60x

A fórmula $A = l^2$ nos permite determinar a área A de um quadrado de alado A.

Nesta relação, a medida do lado é a variável independente e a área a variável dependente. Você pode notar que a cada medida do lado do quadrado corresponde a uma única área para esse quadrado.



As duas relações que vimos anteriormente têm duas características em comum:

A todos os valores da variável independente estão associados valores da variável dependente.

Para um dado valor da variável independente está associado um ***único*** valor da variável dependente.

Definição de função

A função pode ser definida como um tipo especial de relação:

Sejam A e B dois conjuntos não vazios e f uma relação de A em B. Essa relação f é uma função de A em B quando a cada elemento X do conjunto A está associado um e apenas um elemento Y do conjunto B.

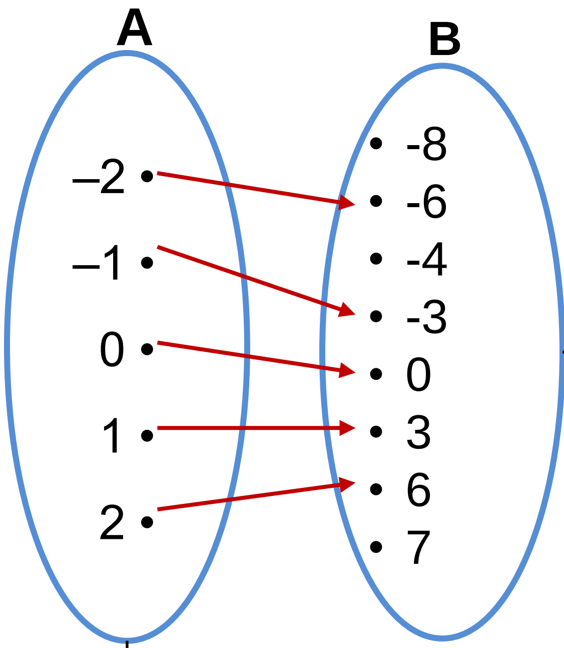
A definição dada nos diz que para uma relação ***f*** de ***A*** em ***B*** ser considerada uma função, é preciso satisfazer duas condições:

- Todo elemento de ***A*** deve estar associado a algum elemento de ***B***.

- A um dado elemento de ***A*** deve estar associado um único elemento de ***B***.

Noção de função por meio de conjuntos

Observe os conjuntos **A** e **B**. Devemos associar cada elemento de **A** a seu triplo em **B**.



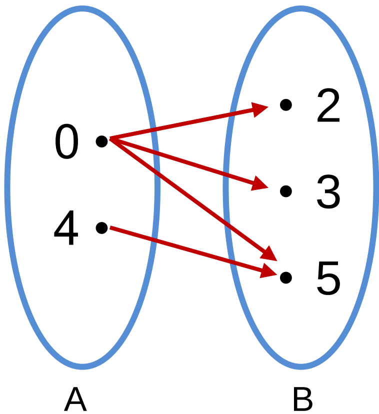
Quais características da relação entre esses conjuntos você notou?

Todos os elementos de **A** têm correspondentes em **B**.

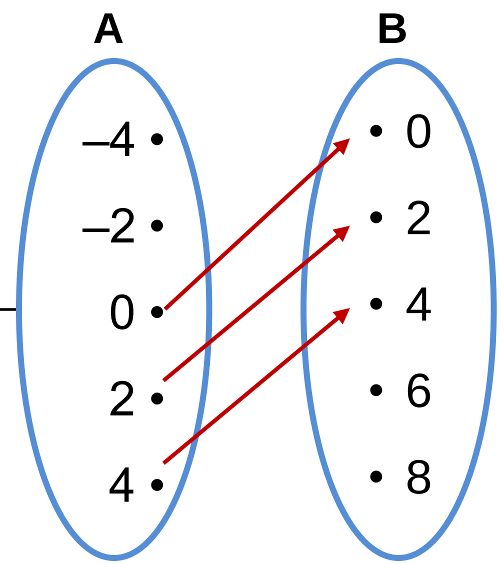
Cada elemento de **A** corresponde a um único elemento de **B**.

Observe esses conjuntos. Eles são funções?

Cada elemento de **A** é menor do que um elemento de **B**.



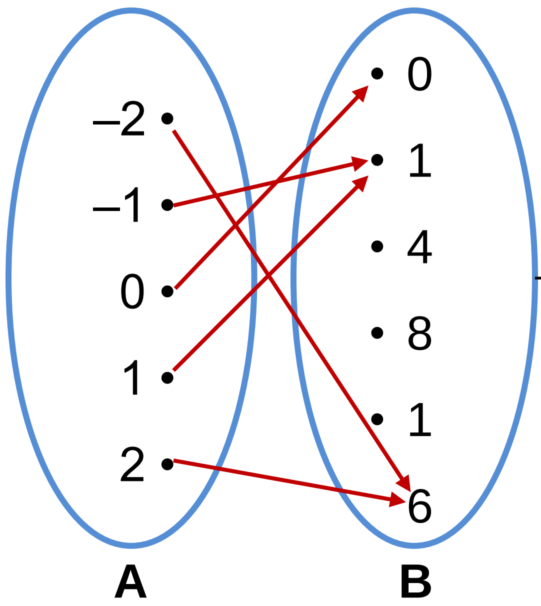
Não é função, pois o elemento 0 de **A** corresponde a 3 elementos de **B**.



Cada elemento de **A** tem o mesmo valor que um elemento de **B**.

Não é função, pois há elementos de **A** que não têm correspondentes em **B**.

A correspondência entre **A** e **B** é dada pela fórmula $y = x^4$.



Todos os elementos de **A** possuem correspondentes em **B**.

Cada elemento de **A** corresponde a um único elemento de **B**.

Portanto, essa correspondência é uma função de **A** em **B**.

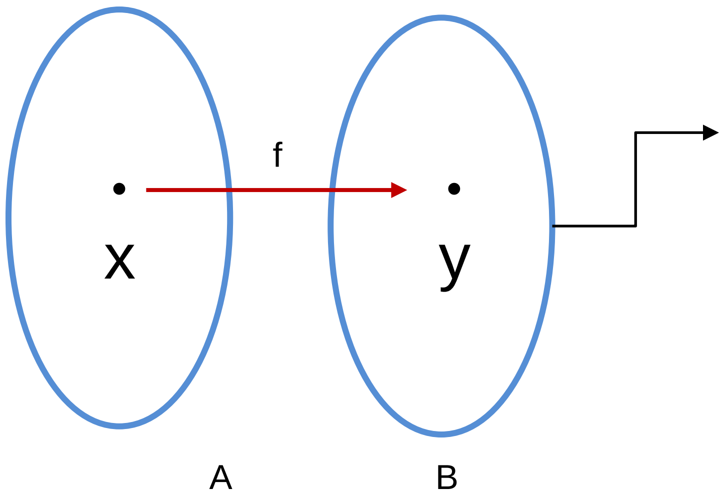
Notação

Usamos a seguinte notação:

$f: A \rightarrow B$ ou $A \xrightarrow{f} B$

Lê-se: **f** é uma função de **A** em **B**.

A função **f** transforma **x** de **A** em **y** de **B**.



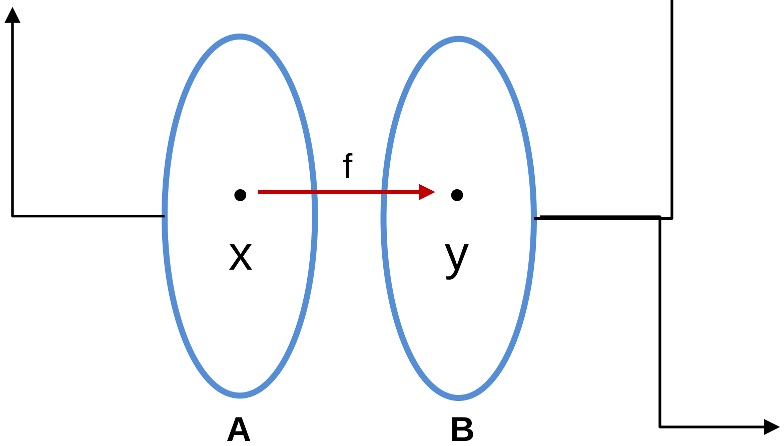
y=f(x)

Lê-se: **y** é igual a **f** de **x**.

Domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função

Dada uma função **f** de **A** em **B**.

O conjunto **A** chama-se *domínio* (**D**) da função.



Para cada **x** de **A**, o elemento **y** de **B** chama-se imagem de **x** pela função **f**.

O conjunto de todos os **y** é chamado *conjunto imagem da função* **f** e é indicado como Im(f).

O conjunto **B** chama-se *contradomínio* (**CD**) da função.

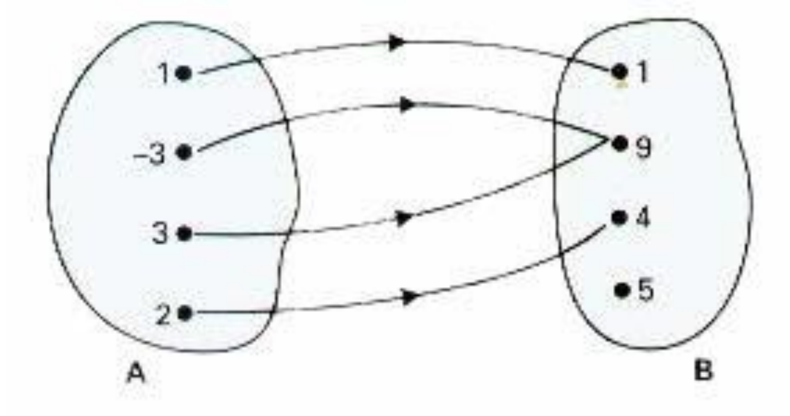
Hora de... Zé Ciçoo!!!

1) Seja $f(x) = 3x + 9 – 4/3$, determine o valor de y quando $x = 7$.

2) Seja a função f definida por $f(x) = 3x – 2$, determine o valor de $f(5) + f(0)$.

3) Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R$ 16,00 mais um custo variável de R$ 1,50 por unidade produzida. Sendo x o número de peças unitárias produzidas, determine a lei da função que fornece o custo da produção de x peças.

4) Considere a função f: $A \rightarrow B$ representada pelo diagrama a seguir:



Determine:

a) o domínio (D) de f;

b) f(1), f(-3), f(3) e f(2);

c) o conjunto imagem (Im) de f;

d) a lei de associação

Gráficos de funções

O gráfico de uma função ajuda a analisar a variação de grandezas, uma dependendo da outra.

Construção de gráficos de funções

Vamos construir o gráfico de uma função:

1) Construa uma tabela com valores **x** escolhidos convenientemente e seus respectivos correspondentes **y**.

2) A cada par ordenado (x,y) da tabela, associar um ponto do plano determinado pelos eixos **x** e **y**.

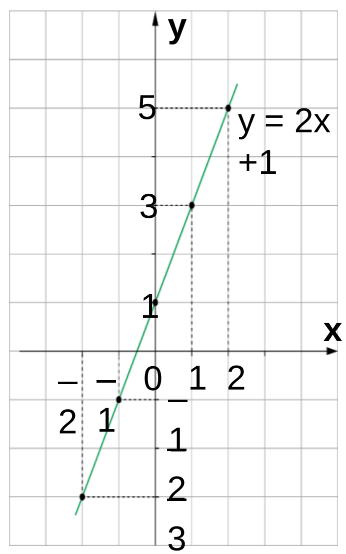
3) Marcar um número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Agora que você já sabe como proceder para construir um gráfico, vejamos um exemplo:

A função é y = 2x + 1, com **x** real

Como **x** varia no conjunto dos números reais, escolhemos alguns valores arbitrários para **x** e obtemos os valores correspondentes para **y**.

x	**y = 2x +1**	**(x, y)**
–2	–3	(–2,–3)
–1	–1	(–1,–1)
0	1	(0,1)
1	3	(1,3)
2	5	(2,5)



Com os pares ordenados (x, y) obtidos, podemos localizá-los no plano cartesiano.

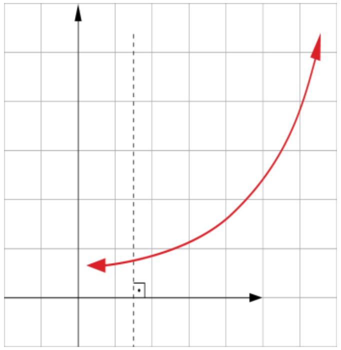
Unindo os pontos, obtemos a reta que representa a função y = 2x + 1.

Reconhecendo um gráfico é de uma função

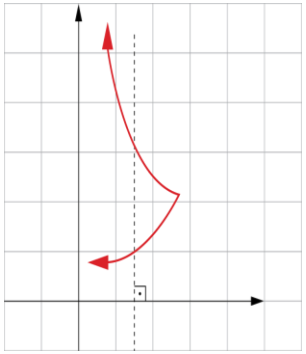
Para uma função existir, é necessário que para qualquer x de um conjunto de valores corresponda um único y, de outro ou do mesmo conjunto de valores.

Ou seja, no gráfico de uma função, qualquer perpendicular ao eixo **x** deve intersectar o gráfico sempre em um único ponto.

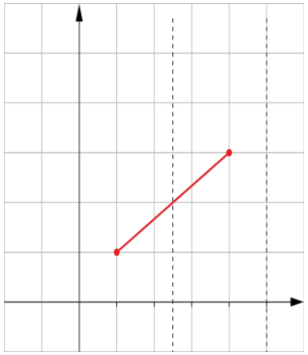
Observe os exemplos:



É uma função.



Não é uma função.



É uma função somente para $1 \leq x \leq 4$.

Exercícios:

1) Construir o gráfico da função f: A R, dada por $y = x + 1$, onde $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

2) Verifique, justificando, se cada gráfico abaixo pode ou não representar uma função.